

**Testul 1***Se acordă 1 punct din oficiu**Partea I – exerciții de lucru individualizat**(0,3p) 1. Produsul numerelor reale**A. 1960**(0,3p) 2. Cel mai mare număr întreg**A. 1000**(0,3p) 3. Media aritmetică a trei numere**A. 13,2**(0,3p) 4. Săzâmbubul său**A. 20**(0,3p) 5. Într-un moment natural*

- Modalități de lucru diferențiate
- Pregătire suplimentară prin planuri individualizate

**Caiet de lucru****Partea I****6****Ediția a III-a,  
revizuită****INVĂTARE DE INITIERE®****sustinere, remediere***Partea II-a – rezolvarea problemelor**(0,7p) 1. Calculați:  $10 \cdot (20 + 25 : 5)$ .**(0,8p) 2. a) Transformați fracția ordinată  $\frac{35}{11}$  în forma**(0,8p) - b) Transformați fracția ecuivalentă  $1,375$  în forma**(0,7p) - c) Se consideră un dreptunghi de lungime  $L = 8$  cm și lățimea**(0,7p)  $\times L = 24$ .**a) Calculați lățimea dreptunghelui.**b) Calculați lungimea dreptunghelui.**c) Calculați perimetrul dreptunghelui.*

## ALGEBRĂ

### CAPITOLUL I. MULȚIMI. MULȚIMEA NUMERELOR NATURALE

Lecția 1. Descriere, notații, reprezentări; mulțimi numerice, mulțimi nenumerice; relația dintre un element și o mulțime .....	8
<i>Test de evaluare stadală</i> .....	12
Lecția 2. Relații între mulțimi .....	12
<i>Test de evaluare stadală</i> .....	12
Lecția 3. Mulțimi finite, cardinalul unei mulțimi finite, mulțimi infinite, mulțimea numerelor naturale .....	15
<i>Test de evaluare stadală</i> .....	18
Lecția 4. Operații cu mulțimi .....	18
<i>Test de evaluare stadală</i> .....	21
<i>Teste de evaluare sumativă</i> .....	22
Lecția 5. Descompunerea numerelor naturale în produs de puteri de numere prime .....	23
<i>Test de evaluare stadală</i> .....	25
Lecția 6. Cel mai mare divizor comun a două sau mai multor numere naturale .....	25
<i>Test de evaluare stadală</i> .....	28
Lecția 7. Cel mai mic multiplu comun a două sau mai multor numere naturale .....	28
<i>Test de evaluare stadală</i> .....	31
Lecția 8. Numere naturale prime între ele .....	31
<i>Test de evaluare stadală</i> .....	33
Lecția 9. Proprietăți ale relației de divizibilitate în $\mathbb{N}$ .....	34
<i>Test de evaluare stadală</i> .....	35
<i>Teste de evaluare sumativă</i> .....	36
<i>Fișă pentru portofoliul elevului</i> .....	37
<i>Model de test pentru Evaluarea Națională</i> .....	38

### CAPITOLUL II. RAPOARTE. PROPORȚII

Lecția 10. Rapoarte .....	40
<i>Test de evaluare stadală</i> .....	43
Lecția 11. Proporții. Proprietatea fundamentală a proporțiilor .....	43
<i>Test de evaluare stadală</i> .....	46
Lecția 12. Determinarea unui termen necunoscut dintr-o proporție .....	47
<i>Test de evaluare stadală</i> .....	50
Lecția 13. Proporții derive cu aceeași termeni. Proporții derive cu alți termeni .....	50
<i>Teste de evaluare stadală</i> .....	54
Lecția 14. Sir de rapoarte egale .....	54
<i>Test de evaluare stadală</i> .....	56
Lecția 15. Procente .....	57
<i>Test de evaluare stadală</i> .....	60
<i>Teste de evaluare sumativă</i> .....	60
Lecția 16. Mărimi direct proporționale .....	62
<i>Test de evaluare stadală</i> .....	64
Lecția 17. Mărimi invers proporționale .....	64
<i>Test de evaluare stadală</i> .....	67

Lecția 18. Regula de trei simplă .....	67
<i>Test de evaluare stadală .....</i>	70
Lecția 19. Elemente de organizare a datelor .....	70
<i>Test de evaluare stadală și cărti .....</i>	75
Lecția 20. Probabilități .....	76
<i>Test de evaluare stadală .....</i>	78
<i>Teste de evaluare sumativă .....</i>	79
<i>Fișă pentru portofoliul elevului .....</i>	80
<i>Model de test pentru Evaluarea Națională .....</i>	82

## GEOMETRIE

### CAPITOLUL I. NOȚIUNI GEOMETRICE FUNDAMENTALE

Lecția 1. Unghiuri complementare, unghiuri suplementare .....	84
<i>Test de evaluare stadală .....</i>	86
Lecția 2. Unghiuri adiacente .....	86
<i>Test de evaluare stadală .....</i>	89
Lecția 3. Bisectoarea unui unghi. Construcția bisectoarei unui unghi .....	90
<i>Test de evaluare stadală .....</i>	92
Lecția 4. Unghiuri opuse la vârf .....	93
<i>Test de evaluare stadală .....</i>	95
Lecția 5. Unghiuri în jurul unui punct .....	95
<i>Test de evaluare stadală .....</i>	98
<i>Teste de evaluare sumativă .....</i>	98
Lecția 6. Unghiuri formate de două drepte cu o secantă .....	99
<i>Test de evaluare stadală .....</i>	102
Lecția 7. Drepte paralele .....	102
<i>Test de evaluare stadală .....</i>	106
Lecția 8. Unghiuri formate de două drepte paralele cu o secantă .....	106
<i>Test de evaluare stadală .....</i>	110
<i>Teste de evaluare sumativă .....</i>	110
Lecția 9. Drepte perpendiculare în plan. Oblice .....	112
<i>Test de evaluare stadală .....</i>	114
Lecția 10. Distanța de la un punct la o dreaptă .....	115
<i>Test de evaluare stadală .....</i>	117
Lecția 11. Mediatoarea unui segment. Construcția mediatoarei unui segment .....	117
<i>Test de evaluare stadală .....</i>	120
Lecția 12. Simetria față de o dreaptă .....	120
<i>Test de evaluare stadală .....</i>	122
Lecția 13. Cercul .....	123
<i>Test de evaluare stadală .....</i>	126
Lecția 14. Pozițiile relative ale unei drepte față de un cerc .....	127
<i>Test de evaluare stadală .....</i>	129
Lecția 15. Pozițiile relative a două cercuri .....	130
<i>Test de evaluare stadală .....</i>	133
<i>Teste de evaluare sumativă .....</i>	133
<i>Fișă pentru portofoliul elevului .....</i>	135
<i>Model de test pentru Evaluarea Națională .....</i>	137

<b>MODELE DE TEZE PENTRU SEMESTRUL I .....</b>	139
--	-----

<b>INDICAȚII ȘI RĂSPUNSURI .....</b>	141
--------------------------------------	-----

## Capitolul I

# MULTIMI. MULTIMEA NUMERELOR NATURALE

**Lecția 1. Descriere, notații, reprezentări; mulțimi numerice, mulțimi nenumerice; relația dintre un element și o mulțime**



### Citesc și rețin

**Mulțimea** este o colecție de obiecte de aceeași natură sau diferite, având **aceeași** proprietate. Obiectele din mulțime se numesc **elementele mulțimii**.

Mulțimile se notează cu **litere mari**, iar elementele mulțimilor se notează cu **litere mici**, cifre, numere etc.

Elementele unei mulțimi se scriu între paranteze accolade, despărțite prin virgulă, într-o ordine oarecare.

Într-o mulțime un element este scris **o singură dată**.

Dacă  $A$  este o mulțime și  $a$ , un element al său, atunci notăm  $a \in A$  și citim „elementul  $a$  aparține mulțimii  $A$ ”.

Dacă  $a$  nu este un element al mulțimii  $A$ , atunci notăm  $a \notin A$  și citim „elementul  $a$  nu aparține mulțimii  $A$ ”.

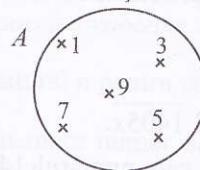
O mulțime poate fi reprezentată în mai multe moduri:

1. prin enumerarea fiecărui element al mulțimii scris între paranteze accolade;

*Exemplu:*  $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ . Citim: „Mulțimea  $A$  este formată din elementele 1, 3, 5, 7 și 9”.

2. prin enumerarea tuturor elementelor mulțimii scrise în interiorul unei linii curbe închise numite diagramă;

*Exemplu:*



3. enunțând o proprietate caracteristică a elementelor mulțimii.

*Exemplu:*  $A = \{x \mid x \text{ este cifră impară}\}$ . Citim: „Mulțimea  $A$  este formată din elementele  $x$  cu proprietatea că  $x$  este cifră impară”.



### Cum se aplică?

1. Scrieți mulțimea divizorilor numărului natural 20, notând-o cu litera  $A$ .

**Soluție:**

Mulțimea divizorilor numărului natural 20 este:  $A = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$ .

2. Se consideră mulțimea  $E = \{x \text{ este număr natural } | 2^x < 32\}$ . Stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:

- a)  $0 \in E$ ; b)  $5 \in E$ ; c)  $2 \notin E$ ; d)  $4 \in E$ .

**Soluție:**

Mai întâi, vom enumera elementele mulțimii  $E$ .  $2^x < 32$ , sau  $2^x < 2^5$ , deci  $x < 5$ , prin urmare  $E = \{0, 1, 2, 3, 4\}$  de unde rezultă valoarea de adevăr a propozițiilor: a) A; b) F; c) F; d) A.



## Știu să rezolv

### Exerciții și probleme de dificultate minimă

1. Stabiliți care dintre următoarele propoziții reprezintă o mulțime și completați caseta cu răspunsul corespunzător „Da” sau „Nu”.

- a)  $A = \{1, 2, 3, 1\}$ ;       b)  $B = \{a, b, c, d, \}$ ;       c)  $C = \{l, m, n, P\}$ ;   
d)  $D = [f, g, h, i]$ ;       e)  $e = \{1, 3, 5, 7\}$ ;       f)  $F = \{1, 7, 8, 9\}$ .

2. Citiți următoarele mulțimi:

- a)  $A = \{d, e, f, g, h\}$ ;      b)  $B = \{4, 5, 6, 7, 9\}$ ;  
c)  $C = \{x \text{ este număr natural } | 1 < x \leq 7\}$ ; d)  $D = \{x \text{ este număr natural par } | x > 5\}$ .

3. Încercuiți litera corespunzătoare răspunsului corect. Mulțimea  $A = \{a, b, c, d, f\}$  este reprezentată prin:

- A. enumerarea fiecărui element;  
B. enunțarea unei proprietăți caracteristice a elementelor.

4. Încercuiți litera corespunzătoare răspunsului corect. Mulțimea  $E = \{x \text{ este număr natural } | x < 4\}$  este reprezentată prin:

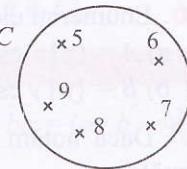
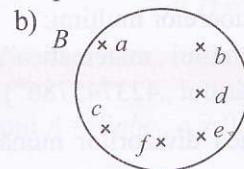
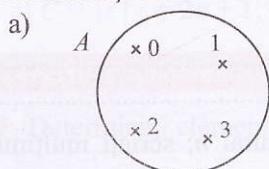
- A. enumerarea fiecărui element;  
B. enunțarea unei proprietăți caracteristice a elementelor.

5. Reprezentați fiecare dintre următoarele mulțimi printr-o diagramă:

- a)  $A = \{m, n, o, p, t\}$ ;      b)  $B = \{7, 9, 11, 13\}$ .



6. Enumerați elementele mulțimilor reprezentate în următoarele diagrame:



**7.** Scrieți mulțimea cifrelor din sistemul zecimal de numerație, notând-o cu litera A.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Respect pentru oameni și cărți

**8.** Scrieți mulțimea numerelor naturale prime mai mici decât 20, notând-o cu litera B.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**9.** Scrieți mulțimea numerelor naturale compuse mai mici decât 20, notând-o cu litera C.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**10.** Încercuiți litera corespunzătoare singurului răspuns corect. Mulțimea fracțiilor supraunitare cu numărătorul 3 este:

- A.  $\left\{ \frac{3}{0}, \frac{3}{1}, \frac{3}{2} \right\}$ ;      B.  $\left\{ \frac{3}{1}, \frac{3}{2} \right\}$ ;      C.  $\left\{ \frac{3}{2}, \frac{3}{3} \right\}$ ;      D.  $\left\{ \frac{3}{1}, \frac{3}{2}, \frac{3}{3} \right\}$ .

**11.** Încercuiți litera corespunzătoare singurului răspuns corect. Mulțimea fracțiilor echiunitare scrise cu ajutorul numerelor prime de o cifră este:

- A.  $\left\{ \frac{3}{3}, \frac{5}{5}, \frac{7}{7} \right\}$ ;      B.  $\left\{ \frac{1}{1}, \frac{2}{2}, \frac{3}{3}, \frac{5}{5} \right\}$ ;      C.  $\left\{ \frac{2}{2}, \frac{3}{3}, \frac{5}{5}, \frac{7}{7} \right\}$ ;      D.  $\left\{ \frac{3}{3}, \frac{7}{7}, \frac{9}{9} \right\}$ .

**12.** Scrieți mulțimea vocalelor limbii române, notând-o cu litera V.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**13.** Enumerați elementele următoarelor mulțimi:

a)  $A = \{x \text{ este număr natural } | x < 6\} = \dots$

b)  $B = \{x \text{ este număr natural } | x \leq 4\} = \dots$

**14.** Enumerați elementele următoarelor mulțimi:

a)  $E = \{x \text{ este număr natural } | 1 < x \leq 7\} = \dots$

b)  $F = \{x \text{ este număr natural } | 3 \leq x \leq 9\} = \dots$

**15.** Scrieți următoarea mulțime folosind o proprietate a elementelor sale:

a)  $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}; \quad$  b)  $B = \{3, 4, 5, 6, 7\}; \quad$  c)  $C = \{0, 2, 4, 6, 8\}.$

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**16.** Enumerați elementele următoarelor mulțimi:

a)  $A = \{x \mid x \text{ este literă a cuvântului „matematică”}\} = \dots$

b)  $B = \{y \mid y \text{ este cifră a numărului „423745786”}\} = \dots$

**17.** Dacă notăm cu  $D_n$  mulțimea divizorilor numărului natural  $n$ , scrieți mulțimile următoare:

a)  $D_{15} = \dots; \quad$  b)  $D_{21} = \dots;$

c)  $D_{28} = \dots; \quad$  d)  $D_{30} = \dots.$

**18.** Citiți următoarele propoziții:

- a)  $a \in A$ ; b)  $d \notin E$ ; c)  $f \in B$ ; d)  $g \notin C$ ;  
 Re)  $b \in F$ ; f)  $t \in D$ ; g)  $b \notin A$ ; h)  $h \in E$ .

**19.** Se consideră mulțimea  $D = \{1, 3, 5, 8, 9\}$ . Stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:

- a)  $1 \in D$ ; b)  $3 \in D$ ; c)  $5 \notin D$ ; d)  $7 \notin D$ ;  
 e)  $9 \in D$ ; f)  $2 \notin D$ ; g)  $8 \notin D$ ; h)  $5 \in D$ .

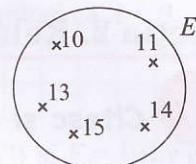
**20.** Se consideră mulțimea  $E = \{a, b, c, d, m, t\}$ . Stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:

- a)  $a \in E$ ; b)  $b \notin E$ ; c)  $p \in E$ ; d)  $f \notin E$ ;  
 e)  $t \in E$ ; f)  $s \in E$ ; g)  $g \notin E$ ; h)  $c \in E$ .

**21.** Folosind diagrama următoare, completați caseta cu simbolul

corespunzător „ $\in$ ” sau „ $\notin$ ”.

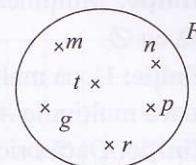
- a)  $10 \boxed{\phantom{0}} E$ ; b)  $12 \boxed{\phantom{0}} E$ ; c)  $14 \boxed{\phantom{0}} E$ ;  
 d)  $17 \boxed{\phantom{0}} E$ ; e)  $13 \boxed{\phantom{0}} E$ ; f)  $15 \boxed{\phantom{0}} E$ .



**22.** Folosind diagrama următoare completați caseta cu simbolul

corespunzător „ $\in$ ” sau „ $\notin$ ”.

- a)  $l \boxed{\phantom{0}} F$ ; b)  $g \boxed{\phantom{0}} F$ ; c)  $r \boxed{\phantom{0}} F$ ;  
 d)  $t \boxed{\phantom{0}} F$ ; e)  $h \boxed{\phantom{0}} F$ ; f)  $m \boxed{\phantom{0}} F$ .



### Exerciții și probleme de dificultate medie

**23.** Scrieți mulțimea numerelor naturale prime de forma  $\overline{ab}$ ,  $a \neq 0$ , cu proprietatea că  $\overline{ba}$  este tot număr natural prim.

**24.** Enumerați elementele mulțimii  $E = \{ \overline{ab} \text{ este număr prim, } a \neq 0 \mid u(\overline{ab}^2) = b \}$ .

**25.** Enumerați elementele mulțimii  $B = \{x \text{ este număr natural} \mid 2^x < 32\}$ .

**26.** Enumerați elementele mulțimii:

- a)  $A = \{a \text{ este cifră} \mid \overline{173a8} < \overline{17aa8}\}$ ; b)  $B = \{a \text{ este cifră} \mid \overline{51aa3} \geq \overline{51a63}\}$ .

**27.** Enumerați elementele mulțimii:

- a)  $D = \{n \text{ este număr natural} \mid 3^{n+1} \leq 9^4\}$ ; b)  $E = \{n \text{ este număr natural} \mid 2^{n+4} < 8^3\}$ .

**28.** Se consideră mulțimea  $E = \{a \text{ este număr natural} \mid a < 4\}$ . Determinați mulțimile:

- a)  $A = \{x \mid x = 3a, a \in E\}$ ; b)  $B = \{y \mid y = a^2, a \in E\}$ ;  
 c)  $C = \{z \mid z = 2a + 1, a \in E\}$ ; d)  $D = \{t \mid t = a^3 + 2, a \in E\}$ .

### Exerciții și probleme de dificultate avansată

**29.** Determinați elementele mulțimii  $A = \{ \overline{abc}, a \neq 0, b \neq 0 \mid \overline{abc} - \overline{bc} = (a \cdot b \cdot c)^2\}$ .

**30.** Enumerați elementele mulțimii  $E = \left\{ \frac{\overline{ab}}{\overline{ba}}, a \neq 0, b \neq 0 \mid \frac{\overline{ab}}{\overline{ba}} = \frac{7}{4} \right\}$ .



Ce notă merit?

## Test de evaluare stadală

Respect pentru oameni și cărți

*Se acordă 1 punct din oficiu.*

- (3p) 1. Scrieți mulțimea:

a) cifrelor pare;

b) cifrelor impare.

- (3p) 2. Enumerați elementele mulțimii  $A = \{x \mid x \text{ este literă a cuvântului „aritmetică”}\}$ .

- (3p) 3. Determinați mulțimea  $D = \{n \text{ este număr natural} \mid 5^{n+2} \leq 125^3\}$ .

## Lecția 2. Relații între mulțimi



### Citesc și rețin

**Definiție:** Mulțimea care nu are niciun element se numește **mulțimea vidă** și se notează cu  $\emptyset$ .

**Definiție:** Două mulțimi  $A$  și  $B$  se numesc **egale** dacă au aceleași elemente. Notăm  $A = B$ , iar dacă mulțimile  $A$  și  $B$  nu sunt egale notăm  $A \neq B$ .

**Definiție:** Dacă orice element care aparține mulțimii  $A$  aparține și mulțimii  $B$ , spunem că mulțimea  $A$  este **submulțime** a mulțimii  $B$ . Notăm  $A \subset B$  și citim „mulțimea  $A$  este submulțime a mulțimii  $B$ ” sau „mulțimea  $A$  este inclusă în mulțimea  $B$ ”.

**Exemplu:**  $\{1, 3, 5\} \subset \{0, 1, 3, 4, 5\}$ .

Dacă mulțimea  $A$  **nu este submulțime** a mulțimii  $B$ , notăm  $A \not\subset B$  și citim „mulțimea  $A$  nu este submulțime a mulțimii  $B$ ” sau „mulțimea  $A$  nu este inclusă în mulțimea  $B$ ”.

### Observații:

1. Mulțimea vidă este submulțime a oricărei mulțimi.
2. Orice mulțime este propria ei submulțime.
3. Două mulțimi  $A$  și  $B$  sunt egale dacă și numai dacă  $A \subset B$  și  $B \subset A$ .



### Cum se aplică?

1. Se consideră mulțimile  $C = \{1, 2, 4, 8\}$  și  $D = \{2^0, 2^1, 2^2, 2^3\}$ . Arătați că  $C = D$ .

### Soluție:

$C = \{1, 2, 4, 8\}$ . Efectuând ridicările la putere mulțimea  $D = \{2^0, 2^1, 2^2, 2^3\}$  se mai scrie  $D = \{1, 2, 4, 8\}$ , prin urmare  $C = D$ .

2. Scrieți toate submulțimile mulțimii  $B = \{m, n, p\}$ .

### Soluție:

Submulțimile mulțimii  $B$  sunt:  $B_1 = \emptyset$ ,  $B_2 = \{m\}$ ,  $B_3 = \{n\}$ ,  $B_4 = \{p\}$ ,  $B_5 = \{m, n\}$ ,  $B_6 = \{n, p\}$ ,  $B_7 = \{p, m\}$ ,  $B_8 = \{m, n, p\}$ .

**Exerciții și probleme de dificultate minimă**

**1.** Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:

- a)  $C = \{a, b, c, d\}$ ,  $D = \{b, c, d, a\}$ ;      b)  $G = \{0, 2, 3\}$ ,  $H = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ .  
 $C = D$         $G = H$

**2.** Încercuiți litera corespunzătoare singurului răspuns corect. Multimea  $E = \{m, n, p\}$  este egală cu multimea:

- A.  $F = \{m, n, t\}$ ;      B.  $G = \{p, m, n\}$ ;      C.  $H = \{l, m, n\}$ ;      D.  $L = \{p, q, r\}$ .

**3.** Se consideră mulțimile  $A = \{1, 3, 9, 27\}$  și  $B = \{3^0, 3^1, 3^2, 3^3\}$ . Arătați că  $A = B$ .

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**4.** Arătați că  $E = F$ , unde  $E = \{x \mid x \text{ este literă a cuvântului „banca”}\}$  și  $F = \{y \mid y \text{ este literă a cuvântului „cabana”}\}$ .

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**5.** Se consideră mulțimile  $C = \{\overline{ab}, a \neq 0 \mid 100 : \overline{ab}\}$  și  $D = \{\overline{cd}, c \neq 0 \mid 1000 : \overline{cd}\}$ . Arătați că  $C = D$ .

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**6.** Citiți următoarele notații, unde  $A, B, C$  și  $D$  sunt mulțimi:

- a)  $A \subset B$ ;      b)  $D \not\subset B$ ;      c)  $C \subset D$ ;      d)  $A \not\subset C$ .

**7.** Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:

- a)  $C = \{0, 3, 5\}$ ,  $D = \{0, 3, 5, 7\}$ ;      b)  $E = \{l, m, n, p, q\}$ ,  $F = \{m, t\}$ .  
 $C \subset D$         $F \subset E$

**8.** Încercuiți litera corespunzătoare singurului răspuns corect. Multimea  $E = \{a, b\}$  este submulțime a mulțimii:

- A.  $F = \{a, c, f\}$ ;      B.  $G = \{d, e, f\}$ ;      C.  $H = \{b, c, d\}$ ;      D.  $L = \{c, b, a\}$ .

**9.** Dacă notăm cu  $A$  mulțimea numerelor prime care au produsul egal cu 42 și cu  $B$  mulțimea numerelor prime de o cifră, arătați că  $A \subset B$ .

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**10.** Scrieți 3 submulțimi ale mulțimii  $A$ , în următoarele cazuri:

- a)  $A = \{4, 5, 6, 7\}$ ;      b)  $A = \{m, n, p, q\}$ .

a)																			
----	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

- 11.** Scrieți 5 submulțimi ale mulțimii  $E$ , în următoarele cazuri:  
 a)  $E = \{l, m, n\}$ ;      b)  $E = \{1, 2, 5\}$ .

Reșponzări:

a) pentru oameni și cărți

b)

### Exerciții și probleme de dificultate medie

- 12.** Scrieți 4 submulțimi ale mulțimii  $B = \{a, b, c, d, f\}$  care să conțină elementele  $a$  și  $b$ .
- 13.** Scrieți 5 submulțimi ale mulțimii  $D = \{m, n, p, t\}$  care să conțină elementul  $m$ .
- 14.** Scrieți toate submulțimile următoarelor mulțimi:  
 a)  $A = \{7, 8\}$ ;      b)  $B = \{f, g\}$ ;      c)  $C = \{1, 3\}$ .
- 15.** Scrieți toate submulțimile următoarelor mulțimi:  
 a)  $A = \{2, 3, 4\}$ ;      b)  $B = \{a, b, c\}$ ;      c)  $C = \{3, 5, 6\}$ .
- 16.** Determinați elementele  $x$  și  $y$  pentru care  $E \subset F$ , în următoarele cazuri:  
 a)  $E = \{11, 12, x\}$  și  $F = \{y, 12, 19\}$ ;      b)  $E = \{20, x, 25\}$  și  $F = \{20, y, 23, 24\}$ ;  
 c)  $E = \{a, b, x\}$  și  $F = \{b, m, y, d, t\}$ ;      d)  $E = \{h, t, x\}$  și  $F = \{f, g, h, y, l, p\}$ .
- 17.** Determinați elementele  $x$  și  $y$  pentru care  $A = B$ , dacă:  
 a)  $A = \{1, x, 4\}$  și  $B = \{1, 3, y\}$ ;      b)  $A = \{x, 5, 6\}$  și  $B = \{0, y, 6\}$ .
- 18.** Dacă notăm cu  $D$  mulțimea elevilor din clasa a VI-a, iar cu  $E$  și  $F$  mulțimea băieților, respectiv mulțimea fetelor din clasa respectivă, stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:  
 a)  $F \subset D$ ;       b)  $E \subset D$ ;       c)  $E = F$ ;       d)  $D \subset E$ .
- 19.** Radu locuiește pe scara A, iar Luca locuiește pe scara B în același bloc de locuințe cu același număr de apartamente pe fiecare scară. Dacă notăm cu  $E$  și  $F$  mulțimea numerelor apartamentelor de pe scara A, respectiv scara B, stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:  
 a)  $E \subset F$ ;       b)  $E = F$ ;       c)  $F \subset E$ .
- 20.** Determinați valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:  
 a)  $D_4 \subset D_8$ ;      b)  $D_6 \subset D_9$ ;      c)  $D_6 \supset D_4$ ;      d)  $D_9 \supset D_3$ .
- 21.** Scrieți submulțimile următoarelor mulțimi:  
 a)  $A = \{x \text{ este cifră } | \overline{1x45} : 3\}$ ;      b)  $B = \{x \text{ este cifră } | \overline{372x} : 4\}$ .

### Exerciții și probleme de dificultate avansată

- 22.** Arătați că  $E \subset F$ , unde  $E = \{x \text{ este număr natural } | 3^{x+1} \leq 81\}$  și  $F = \{x \text{ este număr natural } | 125^{x+2} \leq 25^9\}$ .
- 23.** Se consideră mulțimile  $A = \{3x - 2, x + 5, 5x + 4\}$  și  $B = \{3x - 1, x + 4, 10x - 11\}$ . Determinați numărul natural  $x$ ,  $x \geq 2$ , pentru care  $A = B$ .

Se acordă 1 punct din oficiu.

- (3p) 1. Arătați că  $E = F$ , unde  $E = \{x \mid x \text{ este cifră a numărului } „725062”\}$  și  $F = \{y \mid y \text{ este cifră a numărului } „6025750”\}$ .
- (3p) 2. Scrieți toate submulțimile mulțimii  $D = \{a, b\}$ .
- (3p) 3. Se consideră mulțimile  $A = \{x \text{ este număr natural } \mid 2^x < 4^3\}$  și  $B = \{y \text{ este număr natural } \mid 49^y \leq 7^8\}$ . Stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:
- a)  $A \subset B$ ;                            b)  $A = B$ ;                            c)  $B \subset A$ .

### Lecția 3. Mulțimi finite, cardinalul unei mulțimi finite, mulțimi infinite, mulțimea numerelor naturale



#### Citesc și rețin

**Definiție:** O mulțime se numește finită dacă conține un număr numărabil de elemente.

*Exemplu:*  $D_{24} = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$ .

O mulțime care nu este finită se numește mulțime infinită.

*Exemplu:*  $M_2 = \{0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, \dots\}$

**Definiție:** Numărul de elemente al unei mulțimi finite  $A$  se numește cardinalul mulțimii  $A$ , notat  $\text{card } A$ .

Mulțimea ale cărei elemente sunt toate numerele naturale se numește mulțimea numerelor naturale și se notează cu  $\mathbb{N}$ ;  $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$ .

Mulțimea ale cărei elemente sunt toate numerele naturale diferite de 0 se numește mulțimea numerelor naturale nenule și se notează cu  $\mathbb{N}^*$ ;  $\mathbb{N}^* = \{1, 2, 3, \dots\}$ .

**Observații:**

1. Mulțimile  $\mathbb{N}$  și  $\mathbb{N}^*$  sunt mulțimi infinite.
2. Dacă notăm cu  $n$  numărul submulțimilor mulțimii finite  $A$ , atunci  $n = 2^{\text{card } A}$ .



#### Cum se aplică?

1. Dacă notăm cu  $D_n$ , mulțimea divizorilor numărului natural  $n$ , iar cu  $M_n$ , mulțimea multiplilor numărului natural  $n$ , stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:

- a) Mulțimea  $D_{10}$  este finită;                            b) Mulțimea  $M_{10}$  este infinită.

**Soluție:**

- a)  $D_{10} = \{1, 2, 5, 10\}$ , deci această mulțime este finită, prin urmare propoziția a) este adevărată;
- b)  $M_{10} = \{0, 10, 20, \dots, 10n, \dots\}$ , deci această mulțime este infinită, prin urmare propoziția b) este adevărată.